III OLIMPIADA RECREATIVA DE MATEMÁTICA

JUEGOS Y PROBLEMAS 2014

PRIMERO DE SECUNDARIA

Tiempo: 80 minutos

Problema 1. Calcular el valor de:

$$S = 2^4 + 0^1 + 1^0 + 4^2$$

(A) 16 (B) 17 (C) 31 (D) 32 (E) 33

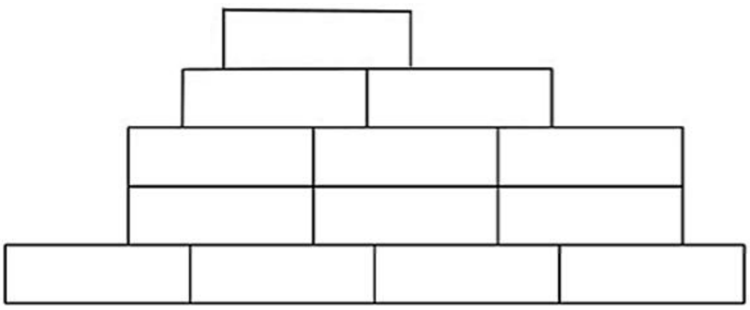
Problema 2. Encuentre el mayor número natural D, que dividido entre 21 da como cociente 4 y cuyo residuo es la suma de dos números pares consecutivos. Indique como respuesta la suma de cifras de D.

(A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 1

Problema 3. La diferencia entre un número de dos dígitos y el número obtenido invirtiendo sus dígitos es 5 veces la suma de los dígitos de uno de los números. ¿Cuál es la suma del número original con el número invertido?

(A) 44 (B) 55 (C) 77 (D) 99 (E) 110

Problema 4. Con 13 rectángulos idénticos de 4 cm de largo y 1 cm de ancho se ha elaborado una figura así como se muestra en la imagen. Determina el perímetro de dicha figura.



(A) 42 (B) 48 (C) 60 (D) 65 (E) 130

Problema 5. Para cuatro números reales A, B, C y D se tienen los siguientes datos: B es 25 % veces más que A, C es 20 % veces más que B y D es x % veces menos que C.
¿Para qué el valor de x se tiene que A es igual D?

(A) $66,\overset{\frown}{6}$ (B) $0,\overset{\frown}{6}$ (C) $0,\overset{\frown}{3}$ (D) $33,\overset{\frown}{3}$ (E) 15

Problema 6. En la siguiente adición letras iguales representan dígitos iguales y letras diferentes representan dígitos diferentes.

$$
\begin{array}{r}
\overline{A\ B\ C\ D\ E} \quad + \\
\overline{B\ C\ D\ E} \\
\overline{C\ D\ E} \\
\overline{D\ E} \\
E \\
\hline
A\ A\ A\ A\ A
\end{array}
$$

¿Cuánto es el valor de $A + B + C + D + E$?

(A) 23 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

Problema 7. Cuántos números de la forma $\overline{abcd}$, cumplen las siguientes condiciones

- $\overline{abcd}$ es múltiplo de 99, y
- $\overline{ab} - \overline{cd} = 43$

(A) 13 (B) 7 (C) 5 (D) 3 (E) 1

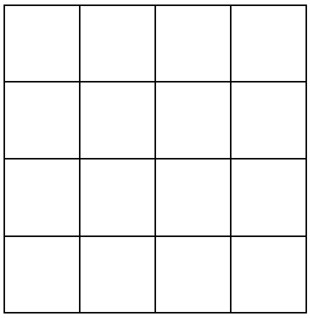
Problema 8. ¿Cuántos números enteros positivos N de dos cifras cumplen que al dividirlo entre su $CA(N)$ se obtiene un residuo igual a 6 veces el cociente?
Aclaración: $CA(N)$ denota el complemento aritmético de N.

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Problema 9. ¿Cuál es el primer dígito, contado a partir de la izquierda, del menor número natural cuya suma de sus dígitos es 2014?

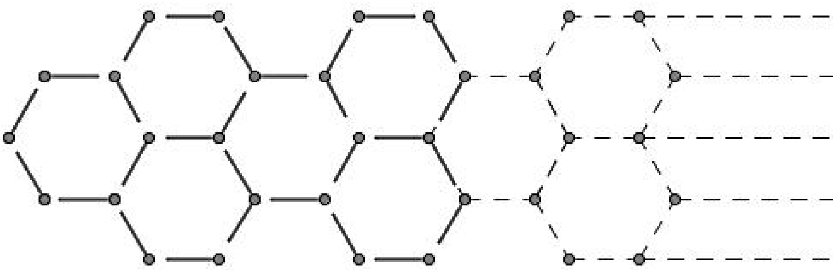
(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 5 (E) 3

Problema 10. En cada casillero de un tablero de 4×4 se escribe el número 1 o 2, de modo que la suma de los 9 números de cualquier subtablero de 3×3 es divisible por 4, mientras que la suma de los 16 números de todo el tablero no es divisible por 4. Determine el mayor valor posible de la suma de todos los números escritos en el tablero.



(A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30 (E) 31

Problema 11. Mario dispone de 2014 palitos de fósforo y se encuentra construyendo una estructura tal como se muestra en la figura, donde cada lado del hexágono es hecho con un solo fósforo.



Si continúa del mismo modo, ¿cuántos hexágonos como máximo puede construir Mario?

(A) 478 (B) 465 (C) 464 (D) 462 (E) 358

Problema 12. Encuentre cuatro números naturales tales que al sumarlos de dos en dos, se obtienen seis números consecutivos. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor de cuatro los números encontrados?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Problema 13. Llamamos número *interesante* a un entero positivo cuya representación en base 10 sólo contiene los dígitos 0, 1, 2, 4, y 8.
Decimos que un número interesante es *súper interesante* si no es divisible por 10. Por ejemplo, los números 2014 y 2228 son números súper interesantes. ¿Cuántos números menores que 2014 son súper interesantes?

(A) 254 (B) 249 (C) 214 (D) 206 (E) 200

Problema 14. Sea S_n (n>1) el conjunto de los números en base n de tres dígitos. Por ejemplo para $n = 2$ se tiene el conjunto $S_2 = \{100_2, 101_2, 110_2, 111_2\}$. ¿Para cuántos valores de n es posible encontrar un elemento de S_n que equivale a 2014 (base 10)?

(A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

Problema 15. Para cada entero positivo n, se construye una secuencia de conjuntos $A_n = \left\{\frac{n}{1};\frac{n-1}{2};\frac{n-2}{3};\ldots;\frac{2}{n-1};\frac{1}{n}\right\}$, por ejemplo: $A_3 = \left\{\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3}\right\}$.

Llamamos elemento *redox* a un número de la forma $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros positivos y $mcd\left(a,b\right) > 1$. ¿Cuántos de los conjuntos: A_1, A_2, ..., A_{100}, tienen al menos un elemento redox?

(A) 81 (B) 75 (C) 52 (D) 34 (E) 26