

III OLIMPIADA RECREATIVA DE MATEMÁTICA
JUEGOS Y PROBLEMAS 2014

SEGUNDO DE SECUNDARIA

Tiempo: 80 minutos

Problema 1. En la siguiente expresión: m y n son números enteros positivos tales que:

$$(A^m)^n = A^{60}$$

¿Cuál es el mayor valor que puede tomar $m + n$?

- (A) 11 (B) 19 (C) 32 (D) 60 (E) 61

Problema 2. En la siguiente adición letras iguales representan dígitos iguales y letras diferentes representan dígitos diferentes.

$$\begin{array}{r} \overline{A \ B \ C \ D \ E} \\ \quad \overline{B \ C \ D \ E} \\ \quad \quad \overline{C \ D \ E} \\ \quad \quad \quad D \ E \\ \quad \quad \quad \quad E \\ \hline A \ A \ A \ A \ A \end{array} +$$

¿Cuánto es el valor de $A + B + C + D + E$?

- (A) 23 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

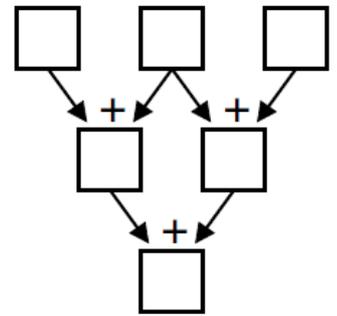
Problema 3. A las 6:15 a.m. desapareció un fantasma, y un reloj quedó embrujado en ese preciso instante. Si dicho reloj empezó a retroceder a la misma velocidad con la que sabe avanzar y el fantasma apareció otra vez a los 7:30 p.m. (hora correcta) ¿Qué hora marca el reloj embrujado cuando apareció otra vez el fantasma?

- (A) 5:00 a.m. (B) 4:45 a.m. (C) 6:45 p.m. (D) 5:00 p.m. (E) 5:15 p.m.

Problema 4. Joel y Miguel viajan al interior del país, en avión. Entre los dos tienen un total de 135 kilogramos en equipaje. Joel pagó S/. 12 soles por el exceso en su equipaje y Miguel pagó S/. 24 soles por el exceso en su equipaje. Si uno de ellos se hubiera hecho cargo de todo el equipaje, entonces pagaría por exceso de equipaje S/. 72 soles. ¿Cuántos kilogramos de equipaje como máximo es permitido llevar a una persona y ser librado de pagar un derecho por exceso de equipaje?

- (A) 45 Kg (B) 30 Kg (C) 20 Kg (D) 15 Kg (E) 8 Kg

Problema 5. Tres números diferentes del conjunto $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ se colocan en los tres casilleros de la parte superior en la figura de la derecha, luego se procede a sumar los números como se muestra en dicha figura.



Llamamos Max y Min al mayor y menor número, respectivamente, que se puede obtener en el casillero inferior. ¿Cuál es el valor de $\text{Max} - \text{Min}$?

- (A) 16 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 32

Problema 6. Al escribir el siguiente número:

2014220011442220001114442222000011114444...

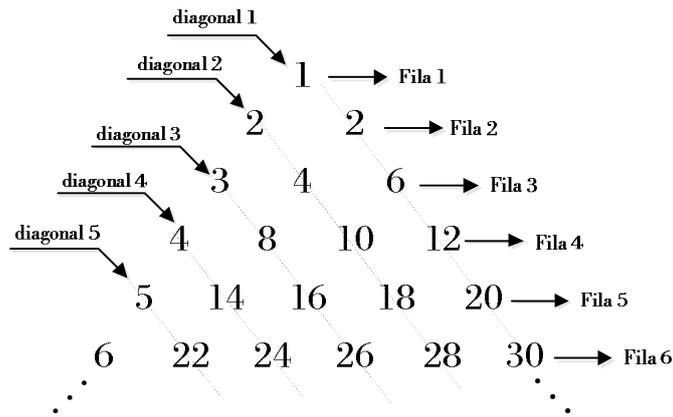
Determine el dígito que aparece en el lugar 2014.

- (A) 2 (B) 0 (C) 1 (D) 4 (E) 8

Problema 7. Se empieza a numerar las páginas de un libro de la siguiente manera: la primera página con 50, la segunda página con 51, la tercera con 52, y así sucesivamente; utilizando de esta manera 51 cifras más que en la numeración normal. ¿Cuántas hojas tiene el libro?

- (A) 32 (B) 42 (C) 46 (D) 64 (E) 92

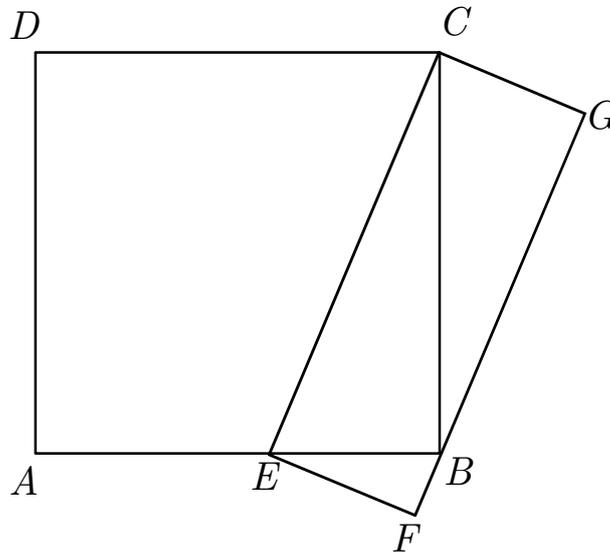
Problema 8. En el siguiente arreglo numérico:



Determine el número que se encuentra en la diagonal 20 y la fila 31.

- (A) 872 (B) 878 (C) 882 (D) 892 (E) 982

Problema 9. En la gráfica, $ABCD$ es un cuadrado y $EFGC$ es un rectángulo. El área del rectángulo es 24 cm^2 . Considerando que $\overline{AE} = \frac{5}{8} \overline{AB}$, encuentre la longitud del lado del cuadrado.



- (A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 6 (E) 4

Problema 10. ¿Cuántos números enteros positivos N de dos cifras cumplen que al dividirlo entre su $CA(N)$ se obtiene un residuo igual a 4 veces el cociente?

Aclaración: $CA(N)$ denota el complemento aritmético de N .

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Problema 11. Un número entero positivo es llamado *extraño* si la suma de sus dígitos es un número impar y la suma del número con la suma de sus dígitos también es impar. Por ejemplo, 2014 es un número extraño.

¿Cuántos números menores que 1000 son extraños?

- (A) 225 (B) 250 (C) 275 (D) 325 (E) 350

Problema 12. Si p , q y r son números primos tales que su producto es 19 veces su suma, encuentre el valor de: $p^2 + q^2 + r^2$.

- (A) 227 (B) 315 (C) 419 (D) 454 (E) 491

Problema 13. Manuel escribe los primeros 2014 enteros positivos, en base 3. ¿Cuántos de los números escritos por Manuel son capicúas?

Recuerde: Un número es capicúa si al invertir el orden de todas sus cifras, obtenemos el mismo número, por ejemplo $2_{(3)}$ y $12021_{(3)}$ son capicúas.

- (A) 98 (B) 99 (C) 100 (D) 101 (E) 102

Problema 14. Una secuencia de números comienza con 25; 1; 2014; La secuencia tiene la siguiente propiedad: los términos de lugar 1, 2, y 3 suman 2040. Los términos de lugar 2, 3, y 4 suman 2039, los términos de lugar 3, 4, y 5 suman 2038, y así sucesivamente. En general: los términos de lugar k , $k + 1$, y $k + 2$ suman a $2041 - k$. ¿Cuál es el término de lugar 2014?

- (A) - 646 (B) - 669 (C) 670 (D) 1343 (E) 1344

Problema 15. Para cada entero positivo n , se construye una secuencia de conjuntos $A_n = \left\{ \frac{n}{1}; \frac{n-1}{2}; \frac{n-2}{3}; \dots; \frac{2}{n-1}; \frac{1}{n} \right\}$, por ejemplo: $A_3 = \left\{ \frac{3}{1}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3} \right\}$.

Llamamos elemento *redox* a un número de la forma $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros positivos y $\text{mcd}(a, b) > 1$. ¿Cuántos de los conjuntos: A_1, A_2, \dots, A_{100} , tienen al menos un elemento redox?

- (A) 81 (B) 75 (C) 52 (D) 34 (E) 26