



PARTE A: Problemas del 1 al 10.

El puntaje por respuesta correcta es de +3 puntos, respuesta incorrecta -0.5 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 1. 2019^2 no es igual a:

- (A) $2019 \times 2020 - 2019$ (B) $2018 \times 2019 + 2019$ (C) $2018 \times 2020 + 1$
(D) $2017 \times 2023 - 10$ (E) $2017 \times 2021 + 4$

Problema 2. Si se cumple que:

$$A = \left\{ \frac{x+1}{2} \in \mathbb{Z} / 1 < x < 18 \right\} \quad \text{y} \quad B = \left\{ \frac{x+1}{2} / 1 \leq x \leq 8; x \in \mathbb{Z} \right\}$$

¿Cuántos subconjuntos tiene $(A \cap B)$?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

Problema 3. Tres números enteros positivos suman 93 y tienen un producto igual a 3375. Si los enteros están en la relación a 1, k y k^2 , ¿cuáles es el mayor de los enteros?

- (A) 25 (B) 49 (C) 50 (D) 64 (E) 75

Problema 4. Si el término independiente de $P(x) = x^{2019} + (3x - 2)^n - x^3 + 3$ es 19, la suma de coeficientes es:

- (A) 4 (B) 19 (C) 20 (D) 628 (E) 2019



Problema 5. ¿Cuál es el último dígito de $2^{1+2+3+\dots+2019}$?

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2 (E) 0

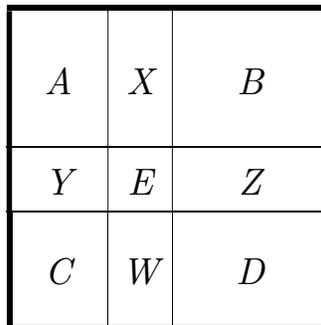
Problema 6. ¿Cuántos cubos positivos menores que 5000 terminan en el dígito 5?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Problema 7. Si a y b son números distintos de cero, tales que a es $p\%$ de b y b es $4p\%$ de a , ¿cuál es el valor de p ?

- (A) 400 (B) 250 (C) 150 (D) 50 (E) 40

Problema 8. La figura muestra un cuadrado formado por ocho rectángulos: A, X, B, Y, Z, C, W, D y un cuadrado E . Si las áreas de los rectángulos A, B y C son $7 \text{ cm}^2, 21 \text{ cm}^2$ y 2 cm^2 respectivamente, encuentra el perímetro del rectángulo D .



- (A) $11\frac{2}{3} \text{ cm}$ (B) $8\frac{1}{3} \text{ cm}$ (C) 6 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

Problema 9. Dos enteros positivos diferentes a y b satisfacen la siguiente ecuación:

$$(a + 1)^2 = 2019 + b^2$$

¿Cuál es el valor de $a + b$?

- (A) 206 (B) 438 (C) 672 (D) 1 008 (E) 2 018



Problema 10. Encuentra el mayor número primo p , tal que p^2 divida exactamente a $95! + 96! + 97!$

Aclaración: $n!$ representa el factorial de n , es decir $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$.

- (A) 73 (B) 79 (C) 83 (D) 89 (E) 97

PARTE B: Problemas del 11 al 15.

El puntaje por respuesta correcta es de +6 puntos, respuesta incorrecta -1 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 11. Se dice que un entero positivo es *casicuadrado* si es el producto de dos enteros positivos que se diferencian en 1. Por ejemplo, 380 es un casicuadrado porque $380 = 20 \times 19$.

¿Cuántos enteros menores que 2019 son casicuadrados?

- (A) 1008 (B) 504 (C) 92 (D) 45 (E) 44

Problema 12. En un tablero cuadrado de 2019×2019 , hay una enfermedad contagiosa. Cada día, algunas de las casillas del tablero están enfermas y el resto están sanas. Una casilla sana que es adyacente a una casilla enferma, se enferma al día siguiente. Una casilla enferma siempre estará sana al día siguiente. Una casilla sana que ha estado enferma antes, puede enfermarse nuevamente (si es contagiada por una de las casillas adyacentes). En el día 1, solo la casilla central está enferma.

Si A = número de casillas enfermas en el día 100 y B = número de casillas enfermas en el día 99, calcula $A - B$.

Aclaración: Dos casillas son adyacentes si tienen un lado en común.

- (A) 160 (B) 199 (C) 201 (D) 257 (E) 298

Problema 13. Fiorella pensó en un número capicúa de 3 dígitos y notó que cuando le suma 2019 unidades al número que pensó, resulta un nuevo número capicúa de 4 dígitos. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que pensó Fiorella? *Aclaración:* Un número es capicúa si se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha.

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10



Problema 14. Nixon tiene 2 tazas idénticas: La primera taza está totalmente llena de agua, mientras que la segunda está vacía. Nixon vacía la mitad del agua de la primera a la segunda taza. Luego, en la segunda transferencia, vacía $\frac{1}{3}$ del agua de la segunda taza de vuelta a la primera. Repite esto, alternando tazas, vaciando $\frac{1}{n+1}$ del agua de una taza a la otra en la n -ésima transferencia. ¿Qué fracción del agua hay en la primera taza justo después de la transferencia 2019?

- (A) $\frac{1010}{2019}$ (B) $\frac{2019}{2020}$ (C) $\frac{1009}{2020}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{100}{101}$

Problema 15. Una cadena de números de longitud n , consiste en unir n números enteros positivos distintos de 2 dígitos, de manera que 2 números solo pueden ser adyacentes si el dígito de las unidades de un número es igual al dígito de las decenas del número que continúa. Por ejemplo, $23 - 38 - 85 - 56$ es una cadena de longitud 4.

Con los 13 múltiplos de 7 de dos dígitos, se desea formar la cadena más larga posible. ¿Cuál es la longitud máxima que puede tener esta cadena?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10