III OLIMPIADA RECREATIVA DE MATEMÁTICA

JUEGOS Y PROBLEMAS 2014

TERCERO DE SECUNDARIA

Tiempo: 80 minutos

Problema 1. Sea n un entero positivo tal que $\dfrac{3+4+5+...+3n}{5+6+7+...+5n} = \dfrac{4}{11}$.

Calcule $\dfrac{2+3+4+...+2n}{4+5+6+...+4n}$.

(A) $\dfrac{27}{106}$ (B) $\dfrac{13}{105}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{31}{104}$ (E) $\dfrac{28}{103}$

Problema 2. El promedio de 2014 enteros consecutivos empezando con a es b. ¿Cuál es el promedio de 2014 enteros consecutivos empezando con b?

(A) $a + 2014$ (B) $a– 2014$ (C) $a– 2013$ (D) $a+ 2013$ (E) $2a$

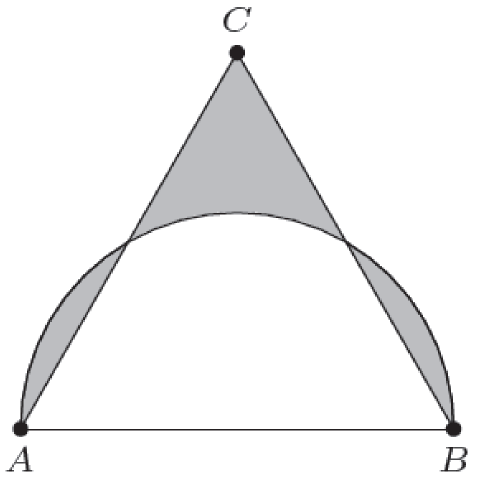
Problema 3. Joel y Miguel viajan al interior del país, en avión.Entre los dos tienen un total de 135 kilogramos en equipaje. Joel pagó S/. 12 solespor el exceso en su equipaje y Miguel pagó S/. 24 solespor el exceso en su equipaje. Si uno de ellos se hubiera hecho cargo de todo el equipaje, entonces pagaría por exceso de equipaje S/. 72 soles.¿Cuántos kilogramos de equipaje como máximo es permitido llevar a una persona y ser librado de pagar un derecho por exceso de equipaje?

(A) 45 Kg (B) 30 Kg (C) 20 Kg (D) 15 Kg (E) 8 Kg

Problema 4. Encuentre cuatro números naturales tales que al sumarlos de dos en dos, se obtienen seis números consecutivos. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor de cuatro los números encontrados?

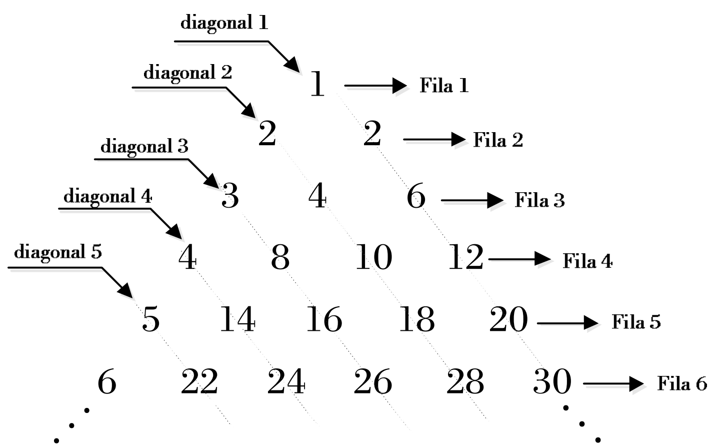
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E)7

Problema 5. Un triángulo equilátero ABC tiene lados de longitud 12. Un semicircunferencia con diámetro AB intersecta a los lados BC y AC. Los dos segmentos circulares fuera del triángulo, y la parte del triángulo fuera de la semicircunferencia son de color gris. Determine el área total gris.



(A) $6(\pi - 2)$ (B) $6\pi + 1$ (C) $6\pi - 1$ (D) $6(\pi + 2)$ (E) 6π

Problema 6. En el siguiente arreglo numérico:



¿En qué fila (distinta a la fila 2014) y diagonal se encuentra el número 2014?

(A) 45; 29 (B) 46; 29 (C) 46; 28 (D) 56; 59 (E) 59; 28

Problema 7. El producto de $8 \times 888...8$, donde el segundo factor tiene k dígitos 8, es un número entero cuya suma de dígitos es 1000. ¿Cuál es valor de k?

(A) 901 (B) 911 (C) 919 (D) 991 (E) 999

Problema 8. Tres triángulos isósceles congruentes son construidos con sus bases en los lados de un triángulo equilátero de lado 1. La suma de las áreas de los tres triángulos isósceles es igualal área del triángulo equilátero. ¿Cuál es la longitud de uno de los lados congruentes de uno de los triángulos isósceles?

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Problema 9. Un número capicúa de cinco dígitos es un número entero positivo de la forma $\overline{abcba}$, donde a es diferentede cero. Sea S la suma de todos los números capicúas de cinco dígitos. ¿Cuál es la suma de los dígitos de S?

(A) 9 (B) 18 (C) 27 (D) 36 (E) 45

Problema 10. Hallar un número entero positivo N que es el producto de los primos p, q, r sabiendo que: $r - q = 2p \quad y \quad rq + p^2 = 676$.

(A) 1729 (B) 2001 (C) 2014 (D) 2139 (E) 2431

Problema 11. Dado el polinomio cúbico $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tal que:

$$P(-1) = 0 \text{ y } P(2+x) = -P(2-x) \text{ para todo } x.$$

Encuentre el valor de $a + b + c$.

(A) 13 (B) 11 (C) 9 (D) 7 (E) – 1

Problema 12. Dado los conjuntos:

$$A = \{82;\ 89;\ 96;\ 103;\ ...;\ 2007;\ 2014\}$$
$$B = \left\{\overline{xyz} \ / \ \overline{xyz} \in A \wedge \overline{zyx} \in A\right\}$$

Determine el número de elementos de B.

(A) 21 (B) 19 (C) 13 (D) 9 (E) 7

Problema 13. La función $f(x)$ satisface la ecuación $f\left(x\right)=f\left(x-1\right)+f\left(x+1\right)$ para todos los valores de x. Si $f(1)=1$ y $f(2)=3$, ¿cuál es el valor de $f(2014)$?

(A) 3 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -3

Problema 14. ¿Cuál es el mayor entero n, tal que n^3+100 es divisible por $n+10$?. Indique como respuesta la suma de sus cifras de n.

(A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 15 (E) 14

Problema 15. En un tablero de 4×4 se escribe un número real en cada casilla, de tal forma que el número escrito en cada casilla es el promedio de los números escritos en las casillas vecinas. Si el número16 está en una de las esquinas. ¿Cuántos valores distintos puede tomar la suma de los 16 números escritos en el tablero?

			16

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 10