

PARTE A: Problemas del 1 al 10.

El puntaje por respuesta correcta es de +3 puntos, respuesta incorrecta -0.5 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 1. Si 2^x es la mayor potencia de 2 que divide exactamente a $20^{20} \times 18^{18}$, calcula el valor de x .

- (A) 76 (B) 58 (C) 46 (D) 42 (E) 38

Problema 2. El primer término de una sucesión es 2018, cada término siguiente es la suma de los cubos de los dígitos del término anterior. Por ejemplo el término que sigue a 2018 es $2^3 + 0^3 + 1^3 + 8^3 = 521$.

¿Cuál es el 2018-avo término de dicha sucesión?

- (A) 371 (B) 251 (C) 99 (D) 17 (E) 13

Problema 3. Sea x, y, z números reales tales que:

$$x + y + z = 20$$

$$x + 2y + 3z = 17$$

¿Cuál es el valor de $x + 3y + 5z$?

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 26 (E) 37

Problema 4. Las seis caras de un cubo de madera de arista n se pintan de verde. Luego se corta el cubo en n^3 cubitos de arista 1. Si después de esto, exactamente un quinto del total de caras de los cubitos están pintadas de color verde, ¿cuál es el valor de n ?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 10



Problema 5. Las raíces de la ecuación cuadrática $x^2 - 63x + k = 0$ son números primos. ¿Cuántos valores posibles puede tomar k ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 6

Problema 6. Sabiendo que $P(x) = x^3 - 39x^2 + 507x - 2018$, ¿cuál es el valor de $P(1) + P(7) + P(19) + P(25)$?

- (A) 716 (B) 392 (C) 1 924 (D) 1 584 (E) 986

Problema 7. En el zoológico un mono se pone *feliz* si come tres frutas diferentes. ¿Cuál es la mayor cantidad de monos que podemos hacer felices con 20 naranjas, 30 plátanos, 40 duraznos y 50 mandarinas?

- (A) 40 (B) 42 (C) 44 (D) 45 (E) 46

Problema 8. Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación $bx^2 + (c - a)x - b = 0$, y dada la expresión $E(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 1}$, con $b \neq 0$, calcula el valor de $E(x_1) + E(x_2)$.

- (A) $a - c$ (B) $b + c$ (C) $a + b$ (D) $a - b$ (E) $a + c$

Problema 9. ¿Para cuántos valores enteros n ,

$$n^2 + 24n + 16$$

es un cuadrado perfecto?

- (A) Ninguno (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Más de 3

Problema 10. Supongamos que $f(x) = 4x$ para todos los números reales x tales que $97 \leq x < 103$. Si $f(x + 6n) = f(x)$ para cualquier número real x y cualquier número entero n , entonces el valor de $f(2018)$ es:

- (A) 388 (B) 392 (C) 396 (D) 400 (E) 2018

**PARTE B: Problemas del 11 al 15.**

El puntaje por respuesta correcta es de +6 puntos, respuesta incorrecta -1 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

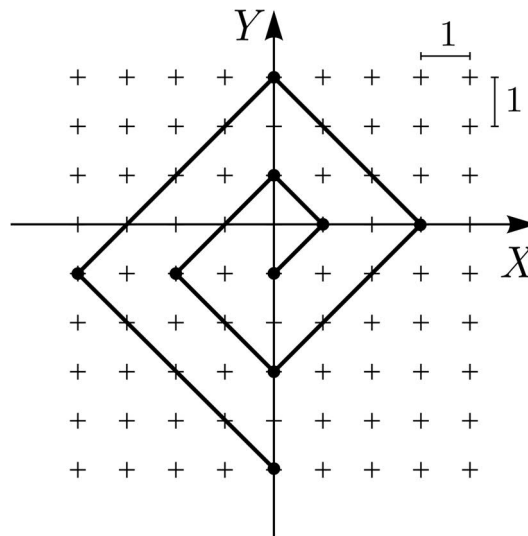
Problema 11. Encuentra el cantidad de pares ordenados (x, y) de enteros positivos tales que:

$$xy + 3 \cdot MCM(x, y) = 2018 + 6 \cdot MCD(x, y)$$

Aclaración: MCM significa mínimo común múltiplo y MCD significa máximo común divisor.

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 18 (E) 20

Problema 12. Una hormiga se desplaza en el plano cartesiano XY , parte del punto $P_1 = (0; -1)$, luego al punto $P_2 = (1; 0)$, al punto $P_3 = (0; 1)$ y sigue así como se muestra en la figura.



Si continúa hasta el punto P_{50} , ¿cuál es el espacio total recorrido por la hormiga?

- (A) $650\sqrt{2}$ (B) $620\sqrt{2}$ (C) $600\sqrt{2}$
 (D) $625\sqrt{2}$ (E) $676\sqrt{2}$



Problema 13. Sea $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ un polinomio en el que a_k es un entero no negativo para cada $k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

Si $P(1) = 4$ y $P(5) = 136$, ¿cuál es el valor de $P(3)$?

- (A) 68 (B) 58 (C) 46 (D) 43 (E) 34

Problema 14. Determina el menor número positivo a de la forma $\frac{m}{n}$, con m y

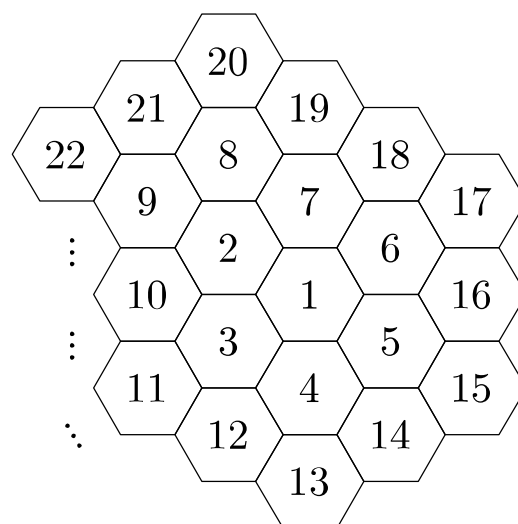
n primos entre sí, de manera que existan exactamente 2018 números enteros en el intervalo $(a, 2018a]$. Indica como respuesta el valor de $m + n$.

- (A) 4037 (B) 4035 (C) 3655 (D) 2017 (E) 2016

Problema 15. En un tablero muy grande, formado por casillas hexagonales, se han escrito los primeros n números enteros positivos, así como se muestra en la figura.

Como se observa, la casilla con el número 2 está *encima* de la casilla con el número 3 y la casilla con el número 18 está encima de la casilla con el número 6.

¿Cuál es el número escrito en la casilla que está encima de la casilla con el número 2018?



- (A) 1865 (B) 1918 (C) 1851 (D) 1655 (E) 2017