edumetrick®
evaluar para mejorar

Olimpiada Recreativa de Matemática y Comprensión Lectora

JUEGOS Y PROBLEMAS 2016

EXAMEN DE MATEMÁTICA
TERCERO DE SECUNDARIA

Duración: 80 minutos

INDICACIONES:

- Llena tus datos en la Hoja de Respuestas.
- Pinta la alternativa de tu respuesta en la Hoja de Respuestas.
- Las preguntas de la 1 a la 10 valen 3 puntos si es correcta y -0.5 puntos si es incorrecta.
- Las preguntas de la 11 a la 15 valen 6 puntos si es correcta y -1 punto si es incorrecta.

Síguenos en:

/olimpiadajuegosyproblemas

Resultados en:
www.juegosyproblemas.com

Organiza:
Instituto de Medición y Evaluación Educativa
Edumetrick
Lima - Perú

OLIMPIADA RECREATIVA
DE MATEMÁTICA Y COMPRENSIÓN LECTORA

JUEGOS Y PROBLEMAS 2016

TERCERO DE SECUNDARIA

Tiempo: 80 minutos

Problema 1. Encuentra el valor de:

$$\left(\left(201\right)\div\left(6^2\right)\right)+0-1\times\left(\left(62-0+1\right)\div 6\right)$$

(A) $\frac{139037}{12}$ (B) $-\frac{23}{6}$ (C) $-\frac{59}{12}$ (D) $\frac{4447}{4}$ (E) $\frac{193}{12}$

Problema 2. Si los números reales a y b distintos de cero satisfacen que:

$$\frac{ab}{a^2+b^2}=\frac{1}{2016},$$

el valor de $\frac{\left(a+b\right)^2}{a^2+b^2}$ es:

(A) 1 (B) 2017 (C) 2018 (D) $\frac{2017}{2016}$ (E) $\frac{1009}{1008}$

Problema 3. Claudio se encuentra aburrido y empieza a jugar con las 2 únicas monedas que tiene en el bolsillo. Lanza las monedas al aire, al mismo tiempo, y observa los resultados:

- Si los resultados de las monedas son iguales él gana 13 puntos
- Si los resultados de las monedas son diferentes, pierde 5 puntos.
- Si lanzó 216 veces y al final de su juego obtuvo 2016 puntos.

¿En cuántas veces obtuvo resultados diferentes, si se sabe que la primera vez que lanzó las monedas obtuvo: "sello y sello"?

Aclaración: Los resultados son iguales, si al caer al piso muestran: "cara – cara" o "sello – sello", y son diferentes si al caer al piso muestran: "sello – cara" o viceversa.

(A) 40 (B) 42 (C) 44 (D) 45 (E) 46

Problema 4. En un triángulo con lados de longitudes enteras, se sabe que un lado mide el triple del segundo lado, y que la longitud del tercer lado es 17 cm. ¿Cuál es el mayor perímetro posible que puede tener dicho triángulo?

(A) 37 cm (B) 41 cm (C) 45 cm (D) 49 cm (E) 52 cm

Problema 5. Para la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$; $a\neq 0$ de raíces x_1 y x_2 se define $S_n = x_1^n + x_2^n$. Calcula el valor de $aS_{2016}+bS_{2015}+cS_{2014}$.

(A) $a^{2016}+b^{2015}+c^{2014}$ (B) $a^2+b^2+c^2$ (C) $a+b+c$
(D) 1 (E) 0

Problema 6. Encuentra la cantidad de números enteros positivos n menores o iguales que 2016 de manera que $\dfrac{8n}{9999-n}$ sea un número entero.

(A) Ninguno (B) Más de 3 (C) 3 (D) 2 (E) 1

Problema 7. El promedio de los elementos de un conjunto S es M. Si el promedio de los elementos de los conjuntos $S\cup\{15\}$ y $S\cup\{15;1\}$ son $M+2$ y $M+1$, respectivamente, ¿cuál es el número de elementos que tiene S?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Problema 8. Un rectángulo $ABCD$ está inscrito en una circunferencia de radio 1 m y de área igual a 2016 veces el área del rectángulo.
¿Cuál es el perímetro, en metros, del rectángulo $ABCD$?

(A) $\sqrt{4+\dfrac{\pi}{1008}}$ (B) $\sqrt{4+\dfrac{\pi}{504}}$ (C) $\sqrt{4+\dfrac{\pi}{252}}$
(D) $\sqrt{16+\dfrac{\pi}{504}}$ (E) $\sqrt{16+\dfrac{\pi}{252}}$

Problema 9. Si a y b son raíces de la ecuación $x^2 - 3x + 1 = 0$, indica el valor de:

$$N = \left(a^b + b^a\right)\left(a^a + b^b\right).$$

(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 26 (E) 30

Problema 10. El área de un triángulo rectángulo es $5u^2$ y su hipotenusa mide $5u$. Calcula su perímetro (en u).

(A) $5+3\sqrt{5}$ (B) $5+2\sqrt{5}$ (C) $5+\sqrt{5}$ (D) $10+3\sqrt{5}$ (E) 12

Problema 11. Cuántos pares ordenados de números enteros $(x,\ y)$ satisfacen la siguiente igualdad:

$$x^2 + 20x = 16y^2$$

(A) infinitos (B) 2 (C) 6 (D) 4 (E) 3

Problema 12. Jorge escribe una lista de todos los números pares de 6 dígitos que se pueden formar usando, exactamente una vez, los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. ¿Cuál es el máximo común divisor de todos los números de la lista de Jorge?

(A) 54 (B) 42 (C) 18 (D) 6 (E) 2

Problema 13. Los números enteros positivos m, n, p y q son tales que si a y b son raíces de $x^2 - mx + n = 0$, entonces $a + \frac{1}{b}$ y $b + \frac{1}{a}$ son las raíces de $x^2 - px + q = 0$. ¿Cuál es la suma de todos los posibles valores de q?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Problema 14. Sean $x_1, x_2, ..., x_{2016}$ números reales diferentes de 1, de manera que:

$$x_1 + x_2 + ... + x_{2016} = 1$$
$$\frac{x_1}{1-x_1} + \frac{x_2}{1-x_2} + ... + \frac{x_{2016}}{1-x_{2016}} = 1$$

¿Cuál es el valor de $\frac{x_1^2}{1-x_1} + \frac{x_2^2}{1-x_2} + \frac{x_3^2}{1-x_3} + ... + \frac{x_{2016}^2}{1-x_{2016}}$?

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 2016

Problema 15. ¿Cuántos pares ordenados (A,B), donde A y B son subconjuntos de $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, existen de tal manera que ni $A \subseteq B$ ni $B \subseteq A$?

(A) 390 (B) 410 (C) 480 (D) 650 (E) 570