

**PARTE A:** Problemas del 1 al 10.

El puntaje por respuesta correcta es de +3 puntos, respuesta incorrecta -0.5 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

**Problema 1.** Encuentra el menor valor de  $n$  para el cual el producto:

$$10^{\frac{1}{2018}} \times 10^{\frac{2}{2018}} \times 10^{\frac{3}{2018}} \times \dots \times 10^{\frac{n}{2018}}$$

es mayor que 10 000.

- (A) 88                      (B) 89                      (C) 90                      (D) 126                      (E) 127

**Problema 2.** Dada la sucesión de pares ordenados  $(a_k)_{k \geq 1}$ , donde:

$$a_1 = (1, 3), a_2 = (5, 7), a_3 = (9, 11), a_4 = (13, 15), \dots$$

Determina el valor de  $2m - n$ , si  $a_{2018} = (m, n)$ .

- (A) 8067                      (B) 8063                      (C) 8071                      (D) 8087                      (E) 2018

**Problema 3.** Encuentra el menor número entero positivo,  $m$ , tal que el número 2018 sea un término de la siguiente sucesión aritmética:

$$m, m + 11, m + 22, m + 33, \dots$$

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

**Problema 4.** En el zoológico un mono se pone *feliz* si come tres frutas diferentes. ¿Cuál es la mayor cantidad de monos que podemos hacer felices con 20 naranjas, 30 plátanos, 40 duraznos y 50 mandarinas?

- (A) 40                      (B) 42                      (C) 44                      (D) 45                      (E) 46



**Problema 5.** Sea  $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$  un polinomio en el que  $a_k$  es un entero no negativo para cada  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ .

Si  $P(1) = 4$  y  $P(5) = 136$ , ¿cuál es el valor de  $P(3)$ ?

- (A) 34                      (B) 43                      (C) 47                      (D) 58                      (E) 67

**Problema 6.** Para un conjunto de tres elementos, una *transformación* consiste en crear un nuevo conjunto de tres elementos reemplazando cada elemento por la suma de los otros dos elementos. Por ejemplo, al aplicar una transformación al conjunto  $\{5, 3, 8\}$ , obtenemos  $\{11, 13, 8\}$  y al aplicar nuevamente una transformación, obtenemos  $\{21, 19, 24\}$ .

Dado el conjunto  $\{20, 1, 8\}$ , ¿cuál es la mayor diferencia entre dos de sus elementos luego de aplicar 2018 transformaciones seguidas?

- (A) 16                      (B) 18                      (C) 19                      (D) 21                      (E) 26

**Problema 7.** Gillian y otras dos amigas rindieron una prueba de la *Olimpiada de Matemática Juegos y Problemas*. La prueba tiene un puntaje máximo de 60 puntos. Todas obtuvieron un puntaje entero no negativo. Gillian al enterarse que la puntuación promedio de las 3 amigas fue 20 puntos, concluyó inmediatamente que sus dos amigas habían obtenido un puntaje menor a dicho promedio. ¿Cuál es el menor puntaje posible que Gillian pudo haber obtenido para llegar a esa conclusión?

- (A) 41                      (B) 40                      (C) 21                      (D) 22                      (E) 17

**Problema 8.** Supongamos que  $f(x) = 4x$  para todos los números reales  $x$  tales que  $97 \leq x < 103$ . Si  $f(x + 6n) = f(x)$  para cualquier número real  $x$  y cualquier número entero  $n$ , entonces el valor de  $f(2018)$  es:

- (A) 388                      (B) 392                      (C) 396                      (D) 400                      (E) 2018



**Problema 9.** ¿Cuántos triángulos rectángulos con lados enteros existen tales que es posible inscribir una circunferencia de 60 unidades de diámetro?

- (A) 30                      (B) 18                      (C) 15                      (D) 12                      (E) 6

**Problema 10.** Determina el menor número positivo  $a$  de la forma  $\frac{m}{n}$ , con  $m$  y  $n$  primos entre sí, de manera que existan exactamente 2018 números enteros en el intervalo  $(a, 2018a]$ . Indica como respuesta el valor de  $m + n$ .

- (A) 4037                      (B) 4035                      (C) 3655                      (D) 2017                      (E) 2016

**PARTE B: Problemas del 11 al 15.**

El puntaje por respuesta correcta es de +6 puntos, respuesta incorrecta -1 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

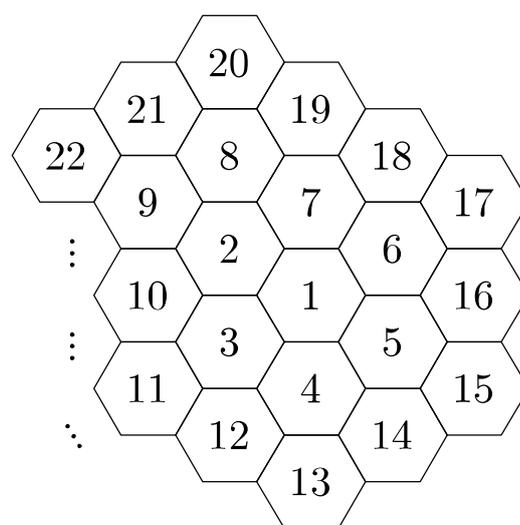
**Problema 11.** Sea  $M$  la suma de los dígitos del mayor múltiplo de 7 de 2018 dígitos y sea  $N$  la suma de los dígitos del menor múltiplo de 7 de 2018 dígitos. Encuentra  $M - N$ .

- (A) 18 144                      (B) 18 234                      (C) 18 324                      (D) 18 465                      (E) 18 156

**Problema 12.** En un tablero muy grande, formado por casillas hexagonales, se han escrito los primeros  $n$  números enteros positivos, así como se muestra en la figura.

Como se observa, la casilla con el número 2 está *encima* de la casilla con el número 3 y la casilla con el número 18 está encima de la casilla con el número 6.

¿Cuál es el número escrito en la casilla que está encima de la casilla con el número 2018?



- (A) 1865                      (B) 1918                      (C) 1851                      (D) 1655                      (E) 2017



**Problema 13.** Los dígitos del 1 al 9 deben colocarse (sin repetir) en los círculos de la Figura 1, uno en cada uno, de modo que la suma de los números en cada lado del triángulo sea la misma. Si denotamos con  $S$  a la suma de cada lado, ¿cuántos posibles valores puede tomar  $S$ ? Por ejemplo, en la Figura 2,  $S = 20$ .

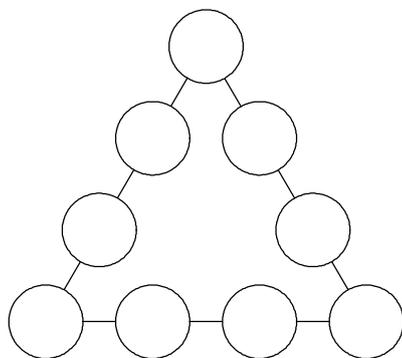


Figura 1

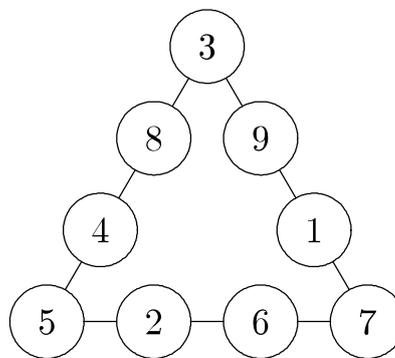


Figura 2

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 8

**Problema 14.** Encuentra el valor de:

$$\sum_{x=0}^{2017} \left\{ \frac{2x + 8}{2018} \right\}$$

Donde  $\{n\}$  es la parte decimal del número real  $n$ .

Por ejemplo:  $\{9,14\} = 0,14$  ;  $\{2\} = 0$  ;  $\{\pi\} = \pi - 3$ .

- (A) 1                      (B)  $\frac{1}{2018}$                       (C) 2018                      (D) 1008                      (E) 1009

**Problema 15.** En un *pentágono cíclico*  $ABCDE$ ,  $\angle ABD = 90^\circ$ ,  $BC = CD$ , y  $AE$  es paralelo a  $BC$ . Si  $AB = 8$  y  $BD = 6$ . Calcula  $AE^2$ .

*Aclaración:* Un pentágono cíclico es aquel pentágono que se puede inscribir en una circunferencia.

- (A)  $\frac{169}{5}$                       (B) 260                      (C)  $\frac{338}{5}$                       (D) 130                      (E) 200