

PARTE A: Problemas del 1 al 10.

El puntaje por respuesta correcta es de +3 puntos, respuesta incorrecta -0.5 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 1. Encuentra el dígito de las unidades de A, si:

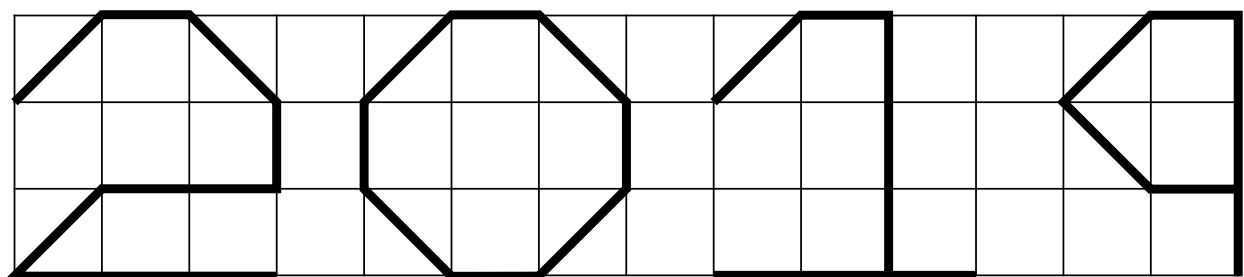
$$A = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{2019 \text{ factores}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{88 \text{ factores}}.$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Problema 2. Para un entero positivo n , se define S_n como la suma de los n primeros enteros positivos. Calcula el resto de dividir S_{2019} entre 9.

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

Problema 3. Un artista ha dibujado 2019 en una cuadrícula usando segmentos de línea recta como se muestra a continuación.



La cuadrícula está formada por cuadrados de 1cm de lado. ¿Cuál es la longitud total de los segmentos que ha dibujado el artista?

- (A) $25 + 11\sqrt{2}$ (B) $24 + 10\sqrt{2}$ (C) $23 + 11\sqrt{2}$
(D) $24 + 11\sqrt{2}$ (E) $23 + 10\sqrt{2}$

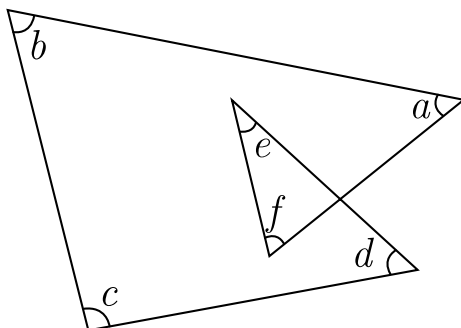


Problema 4. Dado que $(20^{19} + 100)^2 - (20^{19} - 100)^2 = 20^N$, calcule N .

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 38 (E) 39

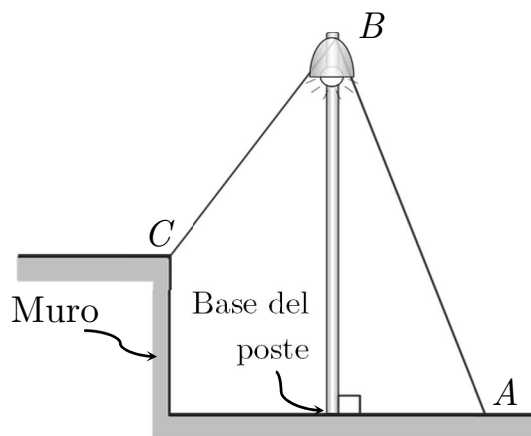
Problema 5. En la siguiente figura, determina el valor (en grados) de:

$$a + b + c + d + e + f$$



- (A) 200° (B) 270° (C) 360° (D) 540° (E) 720°

Problema 6. Desde la parte más alta de un poste de 12 metros de altura, se han colocado dos cables hacia los puntos A y C . En total se han utilizado 20 metros de cable. Si la longitud del cable más corto es 7,5 metros y la distancia del punto A al muro es de 8 metros, ¿cuál es la distancia del muro a la base del poste?



- (A) 5 m (B) 4,5 m (C) 4 m
(D) 3,5 m (E) 3 m

Problema 7. Simplifica la expresión:

$$\left(\sqrt{10} - \sqrt{2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{10} + \sqrt{2}\right)^{\frac{7}{3}}$$

- (A) $24 + 4\sqrt{5}$ (B) $24 + 6\sqrt{5}$ (C) $24 + 8\sqrt{5}$
(D) $24 + 10\sqrt{5}$ (E) $24 + 12\sqrt{5}$



Problema 8. Sea a_1, a_2, a_3, \dots una progresión aritmética no constante tal que los términos a_1, a_{11} y a_{111} forman, en ese orden, una progresión geométrica.

Calcula $\frac{a_{11}}{a_1}$.

- (A) 6 (B) 10 (C) 11 (D) 15 (E) 16

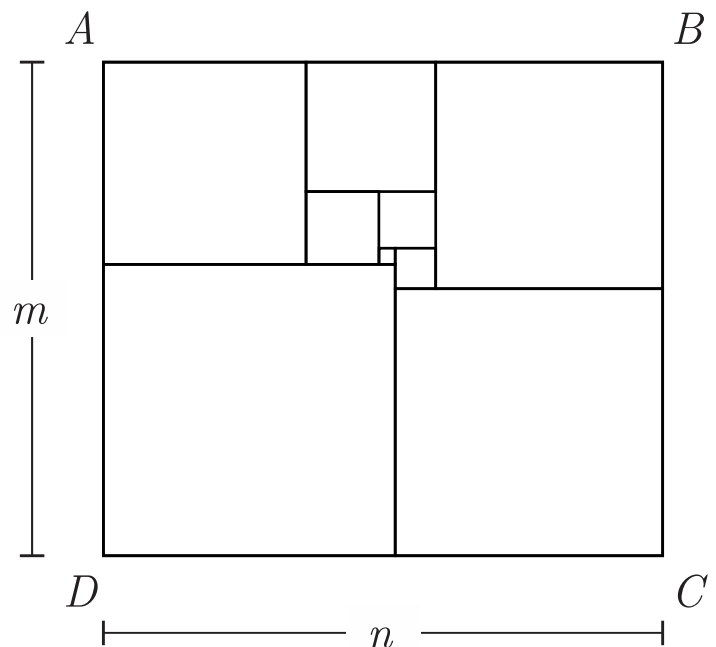
Problema 9. Determina el mayor valor entero k tal que $\frac{x(k-x)-400}{x^2-x+k-38}$ es siempre negativo para todo valor real x .

Indica como respuesta la suma de cifras de k .

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Problema 10. El rectángulo $ABCD$ ha sido dividido en nueve cuadrados. Si m y n son números primos relativos entre si, determina el perímetro del rectángulo $ABCD$.

- (A) $260 u$ (B) $250 u$
 (C) $240 u$ (D) $210 u$
 (E) $180 u$



PARTE B: Problemas del 11 al 15.

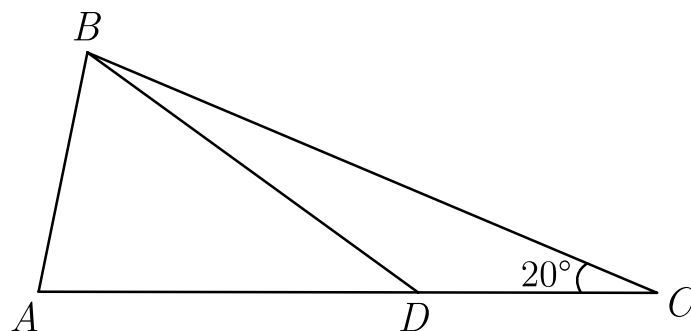
El puntaje por respuesta correcta es de +6 puntos, respuesta incorrecta -1 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 11. En un trapecio $ABCD$, AD es paralelo a BC y $\angle D = \angle C - \angle A$. Si $AB = 5$, $BC = 10$, y $CD = 6$, determinar el área del trapecio $ABCD$.

- (A) $48 u^2$ (B) $50 u^2$ (C) $52 u^2$ (D) $60 u^2$ (E) $65 u^2$



Problema 12. En la imagen se muestra un triángulo isósceles ABC donde AC y BC son congruentes. Si $AB = CD$, calcula la medida del ángulo BDC .



- (A) 120° (B) 127° (C) 135° (D) 143° (E) 150°

Problema 13. Sea $a = 4^{3000}$, $b = 6^{2500}$ y $c = 7^{2000}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$
 (D) $c < a < b$ (E) $c < b < a$

Problema 14. Sea P un conjunto de n puntos en el plano con coordenadas enteras, tales que cualesquiera tres de ellos no se están alineados y forman un triángulo cuyo baricentro no tiene ninguna coordenada entera.

Determinar el mayor valor posible n .

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 10

Problema 15. Karen y Paúl se divierten con el siguiente juego: Primero, Karen escribe un entero positivo $a > 2019$ en la pizarra. Luego Paúl comienza a escribir más números en la pizarra, agregando en cada paso el número $2019b + 1$, donde b es mayor número escrito en la pizarra. Paúl gana si en algún momento escribe un número divisible por 2020, de lo contrario, Karen gana.

¿Cuál es la suma de las cifras del menor número que debe escribir Karen para estar segura de ganar?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12