edumetrick®
evaluar para mejorar

Olimpiada Recreativa de Matemática y Comprensión Lectora

JUEGOS Y PROBLEMAS 2016

EXAMEN DE MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA

Duración: 80 minutos

INDICACIONES:

- Llena tus datos en la Hoja de Respuestas.
- Pinta la alternativa de tu respuesta en la Hoja de Respuestas.
- Las preguntas de la 1 a la 10 valen 3 puntos si es correcta y -0.5 puntos si es incorrecta.
- Las preguntas de la 11 a la 15 valen 6 puntos si es correcta y -1 punto si es incorrecta.

Síguenos en:

/olimpiadajuegosyproblemas

Resultados en:
www.juegosyproblemas.com

Organiza:

Instituto de Medición y Evaluación Educativa
Edumetrick
Lima - Perú

OLIMPIADA RECREATIVA
DE MATEMÁTICA Y COMPRENSIÓN LECTORA

JUEGOS Y PROBLEMAS 2016

CUARTO DE SECUNDARIA

Tiempo: 80 minutos

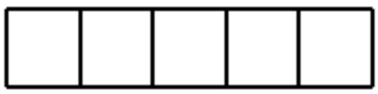
Problema 1. Determina el último dígito del resultado de $2016^{2017} + 2017^{2016}$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Problema 2. En un cuadrado $ABCD$, se ubican los puntos E y F sobre los lados AD y BC, respectivamente, de tal manera que $BE = EF = FD = 30$. Calcula el área del cuadrado $ABCD$.

(A) 405 (B) 162 (C) 810 (D) 1620 (E) 900

Problema 3. Se tiene un tablero de 1×5 tal como se muestra en la figura:



Se dispone de tres colores: rojo, azul y blanco. ¿De cuántas maneras podemos pintar las cinco casillas del tablero, cada casilla con un color, de tal forma que no haya dos casillas consecutivas del mismo color?

(A) 48 (B) 24 (C) 36 (D) 32 (E) 64

Problema 4. En el interior de un rectángulo $ABCD$ se ubica un punto P tal que $AB = CP$ y $BC = 2AP$. Si $\angle BCP = 30°$, calcula $\angle BAP$.

(A) 45° (B) 30° (C) 15° (D) 60° (E) 75°

Problema 5. La terna de números reales $(x;\ y;\ z)$ cumple el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz = 20 \\ y^2 + yz + yx = 30 \\ z^2 + zx + zy = 50 \end{cases}$$

Calcular el valor de $|xyz|$

(A) 60 (B) 25 (C) 45 (D) 30 (E) 120

Problema 6. Sea AH la altura de un triángulo ABC. Los puntos I_b, I_c son los incentros de los triángulos ABH y ACH, respectivamente. Si la circunferencia inscrita en el triángulo ABC toca al lado BC en el punto L, calcula $\angle LI_b, I_c$.

(A) 30° (B) 75° (C) 15° (D) 45° (E) 37°

Problema 7. Encuentra el valor de x en la siguiente ecuación:

$$x^3 + (x+1)^3 + (x+2)^3 + (x+3)^3 = 0$$

(A) -3 (B) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ (C) -1 (D) $-\frac{2}{3}\sqrt{2}$ (E) $-\frac{3}{2}$

Problema 8. Los puntos P, Q, R, S y T son vértices consecutivos de un polígono regular *K*. Las rectas PQ y TS se intersectan en el punto U. Si $\angle QUS = 160°$, determina cuántos lados tiene el polígono *K*.

(A) 45 (B) 54 (C) 52 (D) 48 (E) 50

Problema 9. Se forman los siguientes conjuntos de enteros positivos:

$$B_1 = \{1\},\ B_2 = \{2,3\},\ B_3 = \{4,5,6,7\},\ B_4 = \{8,9,10,11,12,13,14,15\},\ ...$$

Donde el conjunto B_k tiene exactamente 2^{k-1} elementos. Si S es la suma de todos los elementos de B_{16} y m es un entero positivo tal que 2^m es divisor de S, calcula el mayor valor de m.

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Problema 10. Sea ABC un triángulo rectángulo, recto en B, para el cual existe un punto interior P tal que $PA = 10$, $PB = 6$ y $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA$. Calcular PC.

(A) 31 (B) 32 (C) 33 (D) 34 (E) 35

Problema 11. N es el menor número capicúa que cumple con las siguientes dos condiciones:

i. Ninguno de sus dígitos es igual a 0.
ii. El producto de todos sus dígitos es múltiplo de 2016.

Calcule la suma de dígitos de N.

(A) 23 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

Problema 12. Sea $ABCD$ un rombo de lado 2 tal que $\angle B = 120°$. Sea R el conjunto de todos los puntos interiores del rombo $ABCD$ que están más cerca al vértice B que a los otros tres puntos. Calcula el área que encierra la región R.

(A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (D) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (E) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

Problema 13. Sea $f(x)$ un polinomio cúbico y mónico tal que todas sus raíces son reales y no negativas. Si $f(0) = -64$, calcular el mayor valor que puede tomar $f(-1)$.

(A) 125 (B) -125 (C) 120 (D) -120 (E) -192

Problema 14. Para cada real x, se denota por $\lfloor x \rfloor$ al mayor entero que es menor o igual que x. por ejemplo $\lfloor \sqrt{7} \rfloor = 2$, $\lfloor 5 \rfloor = 5$, y $\lfloor -\pi \rfloor = -4$.

Si $S = \lfloor \log_2 1 \rfloor + \lfloor \log_2 2 \rfloor + \lfloor \log_2 3 \rfloor + \ldots + \lfloor \log_2 2016 \rfloor$, calcula el resto de dividir S entre 5.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Problema 15. Samantha dispone de tres colores: rojo, azul y amarillo. Cada uno de los infinitos enteros positivos se colorean respetando la siguiente regla: Si un entero positivo N se puede expresar como la suma de tres enteros positivos distintos, entonces a N se le colorea del mismo color que al mayor de sus tres sumandos. Por ejemplo, como $2016 = 16 + 500 + 1500$, entonces a los números 2016 y 1500 se les colorea con el mismo color. ¿De cuántas maneras podemos colorear a todos los enteros positivos?

(A) 27 (B) 32 (C) 64 (D) 25 (E) 81