PARTE A: Problemas del 1 al 10.

El puntaje por respuesta correcta es de +3 puntos, respuesta incorrecta -0.5 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 1. Se dibujan tres rectas m, n, y l sobre el mismo plano de tal manera que no existan dos rectas paralelas. Las rectas m y n forman un ángulo agudo de 20°, y las rectas m y l forman un ángulo agudo de 18°. Encuentra la suma de todos los ángulos agudos posibles y diferentes formados por las rectas n y l.

(A) 40° (B) 37° (C) 38° (D) 20° (E) 19°

Problema 2. Encuentra el menor valor de n para el cual el producto:

$$10^{\frac{1}{2018}} \times 10^{\frac{2}{2018}} \times 10^{\frac{3}{2018}} \times \ldots \times 10^{\frac{n}{2018}}$$

es mayor que 10 000.

(A) 88 (B) 89 (C) 90 (D) 126 (E) 127

Problema 3. Para un conjunto de tres elementos, una *transformación* consiste en crear un nuevo conjunto de tres elementos reemplazando cada elemento por la suma de los otros dos elementos. Por ejemplo, al aplicar una transformación al conjunto $\{5,\ 3,\ 8\}$, obtenemos $\{11,\ 13,\ 8\}$ y al aplicar nuevamente una transformación, obtenemos $\{21, 19, 24\}$.

Dado el conjunto $\{20,\ 1,\ 8\}$, ¿cuál es la mayor diferencia entre dos de sus elementos luego de aplicar 2018 transformaciones seguidas?

(A) 16 (B) 18 (C) 19 (D) 21 (E) 26

Problema 4. Gillian y otras dos amigas rindieron una prueba de la *Olimpiada de Matemática Juegos y Problemas*. La prueba tiene un puntaje máximo de 60 puntos. Todas obtuvieron un puntaje entero no negativo. Gillian al enterarse que la puntuación promedio de las 3 amigas fue 20 puntos, concluyó inmediatamente que sus dos amigas habían obtenido un puntaje menor a dicho promedio. ¿Cuál es el menor puntaje posible que Gillian pudo haber obtenido para llegar a esa conclusión?

(A) 41 (B) 40 (C) 21 (D) 22 (E) 17

Problema 5. Sea $\{a_k\}$ una sucesión de enteros tal que:

$$a_1 = 1 \text{ y } a_{m+n} = a_m + a_n + mn$$

para todo entero positivo m y n. Entonces el valor de $a_{20} + a_{18}$ es:

(A) 343 (B) 381 (C) 412 (D) 421 (E) 532

Problema 6. Reducir la expresión, para todo x en el intervalo $\left[0;\pi\right]$.

$$\sqrt{sen^4 x + 4\cos^2 x} - \sqrt{\cos^4 x + 4sen^2 x}$$

(A) sen$x$ (B) cos$x$ (C) cos$(2x)$ (D) sen$(2x)$ (E) 0

Problema 7. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden elegir enteros (no necesariamente distintos) x, y, z del conjunto $\{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$ tal que $x^{\left(y^z\right)}$ sea divisible por 4?

(A) 28 (B) 24 (C) 32 (D) 16 (E) 12

Problema 8. El área de un triángulo T es un entero de 3 dígitos. Además, T tiene dos alturas de longitud 20 y 18. ¿Cuántos valores diferentes son posibles para el área de T?

(A) 820 (B) 750 (C) 360 (D) 218 (E) 180

Problema 9. Sea x que satisface:

$$x = 20 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{20 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{x}}}}\ .$$

Si x es una raíz de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c$, con a, b y c enteros donde $|a|$, $|b|$ y $|c|$ son primos relativos, es decir el $MCD(|a|,|b|,|c|) = 1$, entonces $|a| + |b| + |c|$ es:

(A) 38 (B) 74 (C) 127 (D) 199 (E) 216

Problema 10. Los dígitos del 1 al 9 deben colocarse (sin repetir) en los círculos de la Figura 1, uno en cada uno, de modo que la suma de los números en cada lado del triángulo sea la misma. Si denotamos con S a la suma de cada lado, ¿cuántos posibles valores puede tomar S? Por ejemplo, en la Figura 2, S = 20.

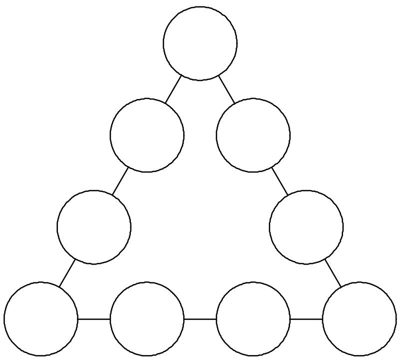


Figura 1

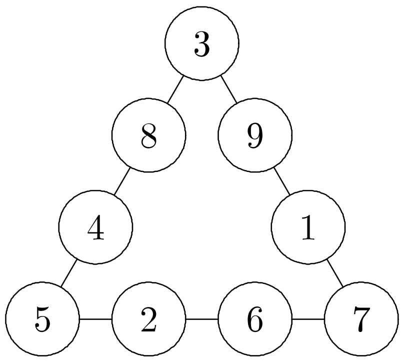


Figura 2

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

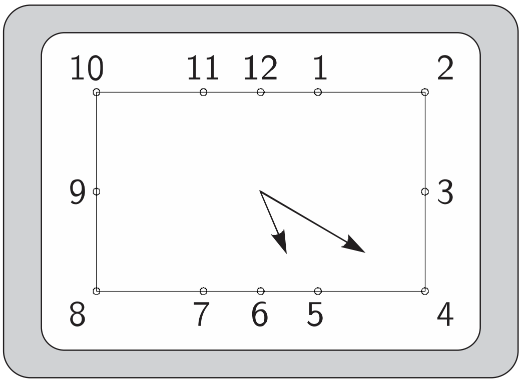
PARTE B: Problemas del 11 al 15.

El puntaje por respuesta correcta es de +6 puntos, respuesta incorrecta -1 puntos y pregunta en blanco 0 puntos.

Problema 11. Sea M la suma de los dígitos del mayor múltiplo de 7 de 2018 dígitos y sea N la suma de los dígitos del menor múltiplo de 7 de 2018 dígitos. Encuentra $M - N$.

(A) 18 144 (B) 18 234 (C) 18 324 (D) 18 465 (E) 18 156

Problema 12. El siguiente es un reloj rectangular en el cual las agujas del minutero y el horario se mueven con velocidad constante, como en un reloj normal. La distancia entre el número 8 y 10 es 12 cm y la distancia entre 1 y 2 es x cm, halle x.



(A) $2\sqrt{3}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $3\sqrt{3}$ (E) 12

Problema 13. ¿Cuántas soluciones tiene la siguiente ecuación trigonométrica:

$$sen^{2016}x + cos^{2016}x = 2\left(sen^{2018}x + cos^{2018}x\right) + \frac{3}{2}\cos 2x$$

en el intervalo $\left[0; 2\pi\right]$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Problema 14. En un *pentágono cíclico* $ABCDE$, $\measuredangle ABD = 90°$, $BC = CD$, y AE es paralelo a BC. Si $AB = 8$ y $BD = 6$, calcula AE^2.
Aclaración: Un pentágono cíclico es aquel pentágono que se puede inscribir en una circunferencia.

(A) $\frac{169}{5}$ (B) 260 (C) $\frac{338}{5}$ (D) 130 (E) 200

Problema 15. Sea M el conjunto de enteros positivos cuya representación ternaria, es decir en base 3, tiene como máximo 2018 dígitos y solo utiliza los dígitos 1 o 0 en su escritura.
Por ejemplo los números 4 y 31 pertenecen a M, pues $4 = 11_{(3)}$ y $31 = 1011_{(3)}$, pero 46 y 2018 no, porque $46 = 1201_{(3)}$ y $2018 = 2202202_{(3)}$.

Encuentra el menor entero K tal que:

$$720\sum_{n\in M}\frac{3n+2}{3n^2+n} < K$$

(A) 121 (B) 360 (C) 720 (D) 1440 (E) 2160