MATHLEAGUE

TORNEO DE OTOÑO 2025

NIVEL f: quinto AÑO DE SECUNDARIA

problema 01 Calcula la suma de coeficientes del desarrollo de $(20x - 25)^2$

A) 25 B) 45 C) 2015 D) 2025 E) 2500

problema 02 Se tiene la siguiente ecuación:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 25$$

donde *a, b* y *c* son números enteros. Calcula el menor valor de $a + b + c$.

A) 0 B) -5 C) 7 D) -7 E) -9

problema 03 Sea: $x = \dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{20}}$. Encuentre el valor de: $\left(1 + x^5 - x^7\right)^{2^{02^5}}$

A) 1 B) 5 C) 0 D) 9 E) 4

problema 04 Para números reales diferentes de 0, se define $\boxed{\dfrac{1}{x}} = 1 - x$. Calcula el valor de:

$$\underbrace{\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{2}+1}+1}+1\ldots\ldots}+1}}_{\text{2025 } operadores}$$

A) $\dfrac{1}{2022}$ B) $\dfrac{1}{2023}$ C) $\dfrac{1}{2024}$ D) $\dfrac{1}{2025}$ E) $\dfrac{1}{2026}$

problema 05 Siendo *A*, *B*, *C*, *D*, *E*; puntos colineales que verifican la igualdad:

$$\overline{AE}^3 - \overline{BE}^3 = 64 + 3\left(\overline{AB}\right)\left(\overline{BE}\right)\left(\overline{AE}\right)$$

Hallar el valor de $\overline{AB}$

A) 2 B) 3 C) 9 D) 4 E) 5

problema 06 Al dividir un polinomio $p(x)$ entre $\left(x^4-1\right)$ se obtuvo como residuo $3x^3+nx^2+mx-2$; si además se sabe que el resto de dividir $p(x)$ entre $\left(x^2-1\right)$ es $5x-4$, entonces el valor de m^n es:

A) -4 B) -2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 4

problema 07 Un número es *Capibara* si cumple dos condiciones: es un número capicúa y tiene un producto de cifras igual a 2025. Por ejemplo, el número 5995 es un número Capibara, porque es capicúa y su producto de cifras es $5\times9\times9\times5=2025$. Determina la suma de las cifras del menor número Capibara que sea múltiplo de 3.

A) 30 B) 63 C) 15 D) 12 E) 18

problema 08 Si N y M son dos números enteros de tres cifras de manera que el primero más sus dos quintas partes es un cubo perfecto, al segundo se le suma su mitad para formar un cuadrado perfecto y además $M+N<500$. Entonces el mayor valor de $M+N$ es:

A) 315 B) 361 C) 395 D) 461 E) 495

problema 09 Sea S(n) la suma de las cifras del número natural n. Por ejemplo, S(2025) es 9, porque 2 + 0 + 2 + 5 = 9. Determina el valor de S($A+B$), donde A es el menor número natural y B el mayor número natural tales que:

- Todas las cifras de A y B son distintas de cero, y
- S(A) = S(B) = 2025.

A) 2021 B) 2025 C) 2024 D) 2023 E) 2026

problema 10 Calcular: $M=\dfrac{3(a+b)\ (b+c)\ (c+a)}{a^3+b^3+c^3}$; $a,b,c\in R-\{\ 0\}$

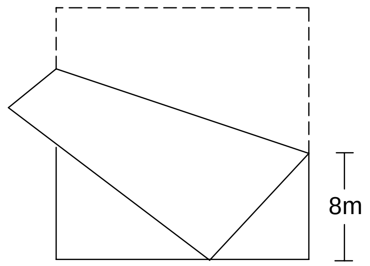
A partir de la condición: $\dfrac{a^2-bc}{a}+\dfrac{b^2-ca}{b}+\dfrac{c^2-ab}{c}=0$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

problema 11 En un polígono se cumple que el número de diagonales medias, menos el número de diagonales es "a". ¿En cuánto debe disminuir el número de lados para que la diferencia anterior sea b?

A) $\dfrac{2a-b}{2}$ B) $3a-b$ C) $2a-b$ D) $a-b$ E) $\dfrac{a-b}{2}$

problema 12 Se tiene una cartulina cuadrada de 18 m de lado. Si se dobla la hoja tal como se muestra en la figura, calcule la longitud del doblez.



A) 6 m B) $\sqrt{5}$ m C) $5\sqrt{10}$ m D) $6\sqrt{5}$ m E) $6\sqrt{10}$ m

problema 13 Dado un número entero positivo "x", se define $f(x)$ como el promedio de todos los divisores positivos de "x". Por ejemplo: $f(4)=\dfrac{1+2+4}{3}=\dfrac{7}{3}$; $f(6)=3$. Encuentre el mínimo valor "n" tal que $f(n)=\dfrac{91}{9}$. Si, además: $\sqrt{x}\leq f(x)\leq\dfrac{x+1}{2}$;$\forall\, x\in\mathbb{Z}^+$. Indica como respuesta la suma de cifras de n.

A) 9 B) 12 C) 3 D) 15 E) 8

problema 14 Sea P(x) un polinomio mónico de grado 4 que satisface la siguiente condición:

$$P(1)=2\times 3$$
$$P(2)=3\times 4$$
$$P(3)=4\times 5$$
$$P(4)=5\times 6$$

Encuentre el valor de $P(5)$.

A) 42 B) 40 C) 38 D) 66 E) 75

problema 15 Un pastor dejó en herencia a sus hijos un rebaño de k ovejas, distribuido de la siguiente forma: el mayor recibió $\left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor$ ovejas, el del medio $\left\lfloor \frac{k}{3} \right\rfloor$ ovejas y el más joven $\left\lfloor \frac{k}{5} \right\rfloor$ ovejas. Sabiendo que no sobró ninguna oveja, determina cuántos valores posibles puede tomar k.

Aclaración: $\lfloor x \rfloor$ representa el mayor número entero menor o igual que x. Por ejemplo: $\lfloor 2 \rfloor = 2$ y $\lfloor 3{,}14 \rfloor = 3$.

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32