

MATH LEAGUE

TORNEO DE INVIERNO 2025



NIVEL E: TERCER Y CUARTO AÑO DE SECUNDARIA

PROBLEMA 01 Se define \square como un operador tal que:

$$a \square b = (a + b) \times (a - b) + b \times b.$$

Encuentra el valor de $(2 \square 0) \square (2 \square 5)$.

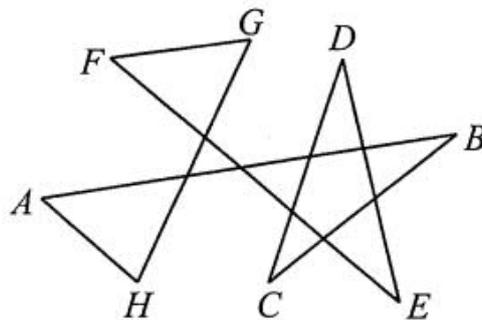
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 10 E) 16

PROBLEMA 02 ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

- A) $20\sqrt{25}$ B) $25\sqrt{20}$ C) $202\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{520}$ E) $\sqrt{20} + \sqrt{25}$

PROBLEMA 03 Según la figura, determina la suma de los ángulos:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D + \sphericalangle E + \sphericalangle F + \sphericalangle G + \sphericalangle H$$



- A) 180° B) 240° C) 270° D) 360° E) 540°

PROBLEMA 04 Sabiendo que x es un entero positivo, encuentre el valor de:

$$M = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

- A) 1 B) x C) $2x$ D) $3x$ E) x^2

PROBLEMA 05 En un torneo escolar de fútbol, el equipo Math League FC disputó tres partidos consecutivos. En total anotaron 3 goles y recibieron solo 1 gol en contra. Durante esos tres encuentros, el equipo ganó uno, empató otro y perdió el último. ¿Cuál fue el resultado del partido que ganó Math League FC?

- A) 3:0 B) 2:0 C) 1:0 D) 2:1 E) 0:1

PROBLEMA 06 En la expresión

$$\frac{M \cdot A \cdot T \cdot H}{L \cdot E \cdot A \cdot G \cdot U \cdot E},$$

cada letra representa un dígito diferente de cero. Letras iguales representan dígitos iguales y letras diferentes representan dígitos diferentes.

¿Cuál es el mayor valor entero positivo que puede tomar dicha expresión?

- A) 21 B) 35 C) 63 D) 42 E) 12

PROBLEMA 07 En un cuadrilátero convexo $MATH$, se tiene que:

$$\overline{MA}^2 + \overline{MT}^2 = 2(\overline{MA})(\overline{MT}),$$

Además, se conocen los siguientes ángulos: $\angle AMH = 80^\circ$, $\angle MAT = 75^\circ$ y $\angle MHT = 65^\circ$.

¿Cuánto mide $\angle AHT$?

- A) 45° B) 20° C) 10° D) 15° E) 30°

PROBLEMA 08 Sabiendo que:

$$f(x+1) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2},$$

y además $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(k) = 0,96$. Encuentra el valor de k .

- A) 24 B) 18 C) 20 D) 96 E) 30

PROBLEMA 09 Sabiendo que $x + \frac{1}{x} = 2025$, ¿cuál es el valor de la fracción $\frac{x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2}$?

- A) $\frac{2027}{2025}$ B) 1 C) $\frac{2025}{2027}$ D) $\frac{2028}{2027}$ E) $\frac{2025}{2028}$

PROBLEMA 10 Gillian tiene 42 hojas de lechuga para alimentar a sus dos cuyes, *Mathi* y *Liguito*, durante 7 días. Cada día, los cuyes comieron más hojas que el día anterior. Sin embargo, en el séptimo día, comieron menos hojas que la tercera parte de lo que comieron en los 6 días anteriores juntos. Si el séptimo día comieron juntos n hojas, ¿cuál es la suma de los posibles valores de n ?

- A) 16 B) 19 C) 24 D) 27 E) 36

PROBLEMA 11 Si $x_n = \underbrace{\sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{5 + \dots + \sqrt{5}}}}}_{n \text{ radicales}}$, encuentra el valor de:

$$A = x_{2025}^4 - x_{2024}^2 - 10x_{2024}$$

- A) 25 B) 18 C) 19 D) 27 E) 30

PROBLEMA 12 En un tablero con 2 filas y 2025 columnas se colocan números siguiendo estas reglas:

- En la primera fila, las casillas se llenan repitiendo cíclicamente los números 2, 3, 4 y 6 en ese orden: 2, 3, 4, 6, 2, 3, 4, 6, y así sucesivamente hasta completar todas las columnas.
- En la segunda fila, las casillas se llenan con números naturales consecutivos, comenzando desde 7.

2	3	4	6	2	3	4	6	2	...
7	8	9	10	11	12	13	14	15	...

¿Cuántas columnas de este tablero tienen la propiedad de que la suma de los dos números escritos en ella (uno de la primera fila y el otro de la segunda fila) es divisible entre 10?

- A) 92 B) 101 C) 115 D) 121 E) 137

PROBLEMA 13 Cuántas ternas de números reales (x,y,z) satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = z, \\ y^2 + z^2 = x^2, \\ z^3 + x^3 = y^3. \end{cases}$$

- A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

PROBLEMA 14 Formamos una sucesión escribiendo cíclicamente las cifras 2, 0, 2, 5. Iniciamos con el número 2; al añadir el 0 obtenemos 20; después, al añadir el 2 resulta 202; al añadir el 5 aparece 2025; y continuando de la misma manera se genera la sucesión:

2, 20, 202, 2025, 20252, 202520, 2025202, 20252025,

Determina el residuo de dividir $S = \sum_{k=1}^m a_k$ entre 100, donde m es la cantidad de términos de esta sucesión que son menores que 2025×10^{2025} .

- A) 86 B) 43 C) 42 D) 24 E) 18

PROBLEMA 15 ¿Para cuántos enteros positivos $n < 50$ existe un polígono convexo de n lados que cumple:

1. Existen dos ángulos interiores de medidas distintas α y β .
2. Cada ángulo interior es α o β .
3. La suma de los ángulos interiores de medida α es igual a la suma de los ángulos interiores de medida β ?

- A) 9 B) 10 C) 15 D) 24 E) 25