MATHLEAGUE

TORNEO DE INVIERNO 2025

NIVEL F: QUINTO AÑO DE SECUNDARIA

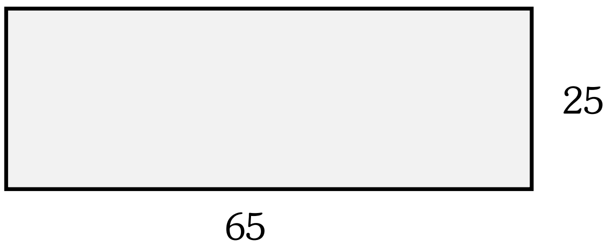
PROBLEMA 01 Se sabe que el racional equivalente de $2{,}02520252025\ldots$ es $\frac{M}{T}$, calcular el menor valor de $M+T$.

A) 6722 B) 2025 C) 3361 D) 13444 E) 3215

PROBLEMA 02 En un torneo escolar de fútbol, el equipo Math League FC disputó tres partidos consecutivos. En total anotaron 3 goles y recibieron solo 1 gol en contra. Durante esos tres encuentros, el equipo ganó uno, empató otro y perdió el último. ¿Cuál fue el resultado del partido que ganó Math League FC?

A) 3:0 B) 2:0 C) 1:0 D) 2:1 E) 0:1

PROBLEMA 03 Si el perímetro de un cuadrado *ABCD* no supera el perímetro del rectángulo de la figura mostrada.



¿Qué se puede asegurar del área del cuadrado *ABCD*?

A) El área no puede ser 2023 cm^2
B) El área no puede ser 2021 cm^2
C) El área no puede ser 2024 cm^2
D) El área no puede ser 2026 cm^2
E) El área no puede ser 2025 cm^2

PROBLEMA 04 Gillian tiene 42 hojas de lechuga para alimentar a sus dos cuyes, *Mathi* y *Liguito*, durante 7 días. Cada día, los cuyes comieron más hojas que el día anterior. Sin embargo, en el séptimo día, comieron menos hojas que la tercera parte de lo que comieron en los 6 días anteriores juntos. Si el séptimo día comieron juntos n hojas, ¿cuál es la suma de los posibles valores de n?

A) 16 B) 19 C) 24 D) 27 E) 36

PROBLEMA 05 Mathi, un cuy muy travieso, juega con su amigo Liguito lanzando tres dados normales de seis caras, cada uno de un color diferente: rojo, azul y verde. Cada vez que lanzan los dados, observan los tres números que salen y suman los resultados. ¿De cuántas formas diferentes pueden obtener una combinación de números cuya suma sea menor que 16?

A) 206 B) 190 C) 210 D) 198 E) 205

PROBLEMA 06 Sabiendo que:

$$f(x+1)=\frac{1}{x^2+3x+2},$$

y además $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(k)=0{,}96$. Encuentra el valor de k.

A) 24 B) 18 C) 20 D) 96 E) 30

PROBLEMA 07 Una caja puede transportar 6 cuyes gordos o 8 cuyes flacos. Si tiene que transportar a 212 cuyes flacos y 123 cuyes gordos, ¿cuántos viajes debe realizar como mínimo?

A) 48 B) 47 C) 46 D) 45 E) 44

PROBLEMA 08 Al sumar un número capicúa de tres cifras con un número capicúa de cuatro cifras se obtiene como resultado 2025. Determina cuál es la suma de los dígitos del número capicúa de 3 dígitos.

Aclaración: un número capicúa es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

PROBLEMA 09 Sabiendo que $x+\frac{1}{x}=2025$, ¿cuál es el valor de la fracción $\frac{x^2+3x+1}{(x+1)^2}$?

A) $\frac{2027}{2025}$ B) 1 C) $\frac{2025}{2027}$ D) $\frac{2028}{2027}$ E) $\frac{2025}{2028}$

PROBLEMA 10 En un triángulo ABC se traza la ceviana interior BD, tal que la $\angle DBC=90°$, $DC=2(AD)$ y $\angle ABD=\angle BCA$. Calcule $\angle BAC$

A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

PROBLEMA 11 Si $x_n = \underbrace{\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{5+\ldots+\sqrt{5}}}}}_{n \text{ radicales}}$, encuentra el valor de:

$$A = x_{2025}^4 - 2x_{2024}^2 - 10x_{2024} + x_{2023}$$

A) 18 B) 20 C) 22 D) 25 E) 30

PROBLEMA 12 Cuántas ternas de números reales (x,y,z) satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = z, \\ y^2 + z^2 = x^2, \\ z^3 + x^3 = y^3. \end{cases}$$

A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

PROBLEMA 13 Formamos una sucesión escribiendo cíclicamente las cifras 2, 0, 2, 5. Iniciamos con el número 2; al añadir el 0 obtenemos 20; después, al añadir el 2 resulta 202; al añadir el 5 aparece 2025; y continuando de la misma manera se genera la sucesión:

$$2, 20, 202, 2025, 20252, 202520, 2025202, 20252025, \ldots.$$

Determina el residuo de dividir $S = \sum_{k=1}^{m} a_k$ entre 100, donde m es la cantidad de términos de esta sucesión que son menores que 2025×10^{2025}.

A) 86 B) 43 C) 42 D) 24 E) 18

PROBLEMA 14 ¿Para cuántos enteros positivos $n < 50$ existe un polígono convexo de n lados que cumple:

1. Existen dos ángulos interiores de medidas distintas α y β.
2. Cada ángulo interior es α o β.
3. La suma de los ángulos interiores de medida α es igual a la suma de los ángulos interiores de medida β?

A) 9 B) 10 C) 15 D) 24 E) 25

PROBLEMA 15 Cuántas ternas de enteros positivos (x, y, z) satisfacen la ecuación

$$xyz + 17xy + xz + 4yz + 17x + 68y + 4z = 2025.$$

A) Ninguna B) 1 C) 2 D) 3 E) 4